

МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 5»

Контрольно - измерительный материал (КИМ) для проведения промежуточной аттестации по МАТЕМАТИКЕ 9 класс

1. Назначение КИМ

Настоящий КИМ предназначен для проведения промежуточной аттестации по математике в 9 классе с целью осуществления мониторинга уровня и качества подготовки обучающихся в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов и федеральных основных общеобразовательных программ.

2. Документы, определяющие содержание КИМ

Содержание проверочной работы определяется на основе требований федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, утвержденного приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 05.07.2021 № 64101) и федеральной образовательной программы основного общего образования, утвержденной приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 12.07.2023 № 74223).

3. Содержание КИМ

3.1 Структура КИМ

Проверочная работа состоит из двух частей и включает в себя 18 заданий.

Часть 1 состоит из заданий 1–12. В заданиях 1–3, 5, 7–12 следует записать только ответ. Полное решение не является объектом проверки. В задании 4 и 6 требуется отметить точку на числовой прямой.

Часть 2 состоит из заданий 13–18. В задании 14 следует записать только ответ. В заданиях 13, 15–18 объектом проверки является полное решение, то есть последовательность действий и рассуждений обучающегося.

3.2. Кодификатор проверяемых элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся

Кодификатор проверяемых элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся 9 классов по учебному предмету «Математика» (базовый уровень) сформирован с использованием Универсального кодификатора распределенных по классам проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования и элементов содержания по математике, разработанного на основе требований ФГОС ООО и ФОП ООО.

Перечень проверяемых элементов содержания

Код	Проверяемые элементы содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Квадратный корень из числа. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел
1.2	Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям. Действительные числа
1.3	Степень с целым показателем и ее свойства. Стандартная запись числа
2	Алгебраические выражения
2.1	Квадратный трехчлен, разложение квадратного трехчлена на множители
2.2	Алгебраическая дробь. Основное свойство алгебраической дроби
2.3	Сложение, вычитание, умножение, деление алгебраических дробей
2.4	Рациональные выражения и их преобразование
3	Уравнения и неравенства
3.1	Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета
3.2	Решение уравнений, сводящихся к линейным и квадратным
3.3	Простейшие дробно-рациональные уравнения
3.4	Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными и систем линейных уравнений с двумя переменными. Примеры решения систем нелинейных уравнений с двумя переменными
3.5	Решение текстовых задач алгебраическим способом
3.6	Числовые неравенства и их свойства
3.7	Неравенство с одной переменной
3.8	Равносильность неравенств
3.9	Линейные неравенства с одной переменной
3.10	Системы линейных неравенств с одной переменной
4	Функции
4.1	Понятие функции. Область определения и множество значений функции. Способы задания функций
4.2	График функции. Чтение свойств функции по ее графику
4.3	Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы
4.4	Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики
4.5	Функции $y = x^2$, $y = x^3$
4.6	Функции $y = \sqrt{x}$, $y = x $
4.7	Графическое решение уравнений и систем уравнений

5	Вероятность и статистика
5.1	Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков
5.2	Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение
5.3	Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения
5.4	Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач
5.5	Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания
5.6	Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Вероятности событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке

Перечень проверяемых требований к метапредметным результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к метапредметным результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования
1	Познавательные УУД
1.1	Базовые логические действия
1.1.1	Выявлять и характеризовать существенные признаки объектов (явлений)
1.1.2	Устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа
1.1.3	С учетом предложенной задачи выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых фактах, данных и наблюдениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий; выявлять дефициты информации, данных, необходимых для решения поставленной задачи
1.1.4	Выявлять причинно-следственные связи при изучении явлений и процессов
1.1.5	Делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии; формулировать гипотезы о взаимосвязях
1.1.6	Самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев)

1.2	<i>Базовые исследовательские действия</i>
1.2.1	Проводить по самостоятельно составленному плану опыт, несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей объекта изучения, причинно-следственных связей и зависимостей объектов между собой
1.2.2	Оценивать на применимость и достоверность информацию, полученную в ходе исследования (эксперимента)
1.2.3	Самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, опыта, исследования; владеть инструментами оценки достоверности полученных выводов и обобщений
1.2.4	Прогнозировать возможное дальнейшее развитие процессов, событий и их последствия в аналогичных или сходных ситуациях; выдвигать предположения об их развитии в новых условиях и контекстах
1.2.5	Использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие разрыв между реальным и желательным состояниями ситуации, объекта; самостоятельно устанавливать искомое и данное; формировать гипотезу об истинности собственных суждений и суждений других; аргументировать свою позицию, мнение
1.3	<i>Работа с информацией</i>
1.3.1	Применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критерииев
1.3.2	Выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; находить сходные аргументы (подтверждающие или опровергающие одну и ту же идею, версию) в различных информационных источниках
1.3.3	Самостоятельно выбирать оптимальную форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями
1.3.4	Оценивать надежность информации по критериям, предложенными педагогическим работником или сформулированным самостоятельно
1.3.5	Эффективно запоминать и систематизировать информацию
2	<i>Коммуникативные УУД</i>
2.1	<i>Общение</i>
2.1.1	Выражать себя (свою точку зрения) в устных и письменных текстах

2.1.2	В ходе диалога и (или) дискуссии задавать вопросы по существу обсуждаемой темы и высказывать идеи, нацеленные на решение задачи и поддержание благожелательности общения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций
2.1.3	Публично представлять результаты выполненного опыта (эксперимента, исследования, проекта); самостоятельно выбирать формат выступления с учетом задач презентации и особенностей аудитории и в соответствии с ним составлять устные и письменные тексты с использованием иллюстративных материалов
2.1.4	Воспринимать и формулировать суждения, выражать эмоции в соответствии с целями и условиями общения; распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, знать и распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты, вести переговоры; понимать намерения других, проявлять уважительное отношение к собеседнику и в корректной форме формулировать свои возражения
2.2	<i>Совместная деятельность</i>
2.2.1	Понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении конкретной проблемы, обосновывать необходимость применения групповых форм взаимодействия при решении поставленной задачи; принимать цель совместной деятельности, коллективно строить действия по ее достижению: распределять роли, договариваться, обсуждать процесс и результат совместной работы; уметь обобщать мнения нескольких людей; проявлять готовность руководить, выполнять поручения, подчиняться; планировать организацию совместной работы, определять свою роль (с учетом предпочтений и возможностей всех участников взаимодействия), распределять задачи между членами команды, участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы, достигать качественного результата по своему направлению и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, самостоятельно сформулированным участниками взаимодействия; сравнивать результаты с исходной задачей и вклад каждого члена команды в достижение результатов, разделять сферу ответственности и проявлять готовность к предоставлению отчета перед группой
3	<i>Регулятивные УУД</i>
3.1	<i>Самоорганизация</i>

3.1.1	Выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях; самостоятельно составлять алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения учебной задачи с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать предлагаемые варианты решений
3.1.2	Ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, принятие решения в группе, принятие решений группой); составлять план действий (план реализации намеченного алгоритма решения), корректировать предложенный алгоритм с учетом получения новых знаний об изучаемом объекте; делать выбор и брать ответственность за решение
3.2	Самоконтроль
3.2.1	Владеть способами самоконтроля, самомотивации и рефлексии
3.2.2	Вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, изменившихся ситуаций, установленных ошибок, возникших трудностей
3.2.3	Давать адекватную оценку ситуации и предлагать план ее изменения; учитывать контекст и предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении учебной задачи; адаптировать решение к меняющимся обстоятельствам; объяснять причины достижения (недостижения) результатов деятельности, давать оценку приобретенному опыту, уметь находить позитивное в произошедшей ситуации; оценивать соответствие результата цели и условиям
3.3	Эмоциональный интеллект
3.3.1	Различать, называть и управлять собственными эмоциями и эмоциями других; выявлять и анализировать причины эмоций; ставить себя на место другого человека, понимать мотивы и намерения другого; регулировать способ выражения эмоций
3.4	Принятие себя и других
3.4.1	Осознанно относиться к другому человеку, его мнению; признавать свое право на ошибку и такое же право другого; принимать себя и других, не осуждая; открытость себе и другим; осознавать невозможность контролировать все вокруг

3.3. Распределение заданий КИМ по уровню сложности

№	Проверяемые требования (умения)	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания
Часть 1			
1	Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений; изображать действительные числа точками на координатной прямой	Б	1
2	Решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух уравнений с двумя переменными	Б	1
3	Переходить от словесной формулировки задачи к ее алгебраической модели с помощью составления уравнения или системы уравнений, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат	Б	1
4	Применять свойства числовых неравенств для сравнения, оценки; решать линейные неравенства с одной переменной и их системы; давать графическую иллюстрацию множества решений неравенства, системы неравенств	Б	1
5	Понимать и использовать функциональные понятия и язык (термины, символические обозначения), определять значение функции по значению аргумента, определять свойства функции по ее графику	Б	1
6	Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений; изображать действительные числа точками на координатной прямой	Б	1
7	Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений на основе правил действий над многочленами и алгебраическими дробями	Б	1
8	Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями	Б	1
9	Распознавать основные виды четырехугольников, их элементы; пользоваться их свойствами при решении геометрических задач	Б	1

10	Пользоваться теоремой Пифагора для решения геометрических и практических задач. Строить математическую модель в практических задачах, самостоятельно делать чертеж и находить соответствующие длины. Владеть понятиями синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Пользоваться этими понятиями для решения практических задач. Вычислять (различными способами) площадь треугольника и площади многоугольных фигур (пользуясь, где необходимо, калькулятором). Применять полученные умения в практических задачах	Б	1
11	Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая	Б	1
12	Распознавать основные виды четырехугольников, их элементы, пользоваться их свойствами при решении геометрических задач	Б	1

Часть 2

13	Решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух уравнений с двумя переменными	Б	2
14	Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков	Б	2
15	Переходить от словесной формулировки задачи к ее алгебраической модели с помощью составления уравнения или системы уравнений, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат	Б	2
16	Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями	П	2
17	Применять понятие арифметического квадратного корня; находить квадратные корни, используя при необходимости калькулятор; выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней	П	2
18	Применять полученные знания на практике: строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрии (пользуясь, где необходимо, калькулятором)	П	2

Всего заданий – **18**, из них по уровню сложности: Б – **15**; П – **3**.
Максимальный первичный балл – **24**

№	Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу
1	Базовый	15	18	75
2	Повышенный	3	6	25
	Итого	18	24	100

4. Система оценивания выполнения отдельных заданий КИМ

Верное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если обучающийся дал верный ответ. Выполнение каждого из заданий 13–18 оценивается от 0 до 2 баллов.

Задания 13, 15–17 считаются выполненными верно, если обучающийся привел решение и дал верный ответ. В задании 14 следует записать только ответ.

Максимальный первичный балл за выполнение работы — 24.

5. Шкала по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–6	7–12	13–18	19–24

6. Время выполнения работы

На выполнение проверочной работы отводится два урока (не более 45 минут каждый). Работа состоит из двух частей. Задания частей 1 и 2 могут выполняться в один день с перерывом не менее 10 минут или в разные дни. На выполнение заданий каждой части отводится один урок (не более 45 минут).

7. Дополнительные материалы и оборудование, необходимые для проведения работы

В проверочной работе приведена таблица квадратов двузначных чисел.
Дополнительные материалы и оборудование не используются.

**Демонстрационный вариант КИМ
для проведения промежуточной аттестации по
математике в 9 классе**

Инструкция по выполнению заданий части 1

На выполнение заданий части 1 КИМ по математике отводится один урок (не более 45 минут). Часть 1 включает в себя 12 заданий.

Ответы на задания запишите в поля ответов в тексте работы. В заданиях 4 и 6 нужно отметить точку на числовой прямой. Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. В целях экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Часть 1

- 1** Найдите значение выражения $3 : \left(\frac{6}{7} - \frac{3}{4} \right)$.

Ответ:

2 Решите уравнение $(5x - 2)(3 - x) = 0$.

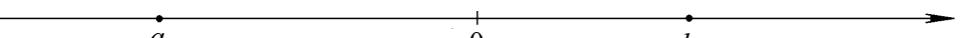
Ответ:

3 Одно число больше другого на 22, а их произведение равно -120 . Найдите эти числа.

Ответ:

4 На числовой прямой отмечены числа a и b . Отметьте на прямой какую-нибудь точку x так, чтобы при этом выполнялись три условия: $x - a > 0$, $x - b < 0$ и $a^2 x > 0$.

Ответ:

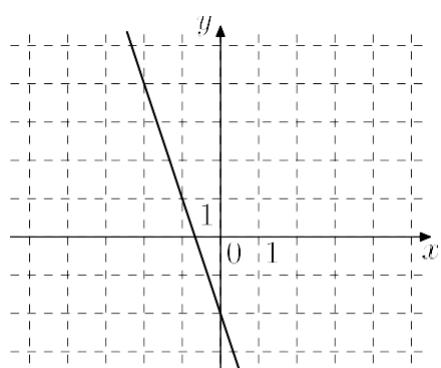


A horizontal number line with arrows at both ends. There are three dots on the line: one labeled 'a' below it, one labeled '0' below it, and one labeled 'b' below it. A fourth point, labeled 'x' below it, is marked between 'a' and 'b', closer to 'b'. The line is labeled with an arrow pointing to the right at the end.

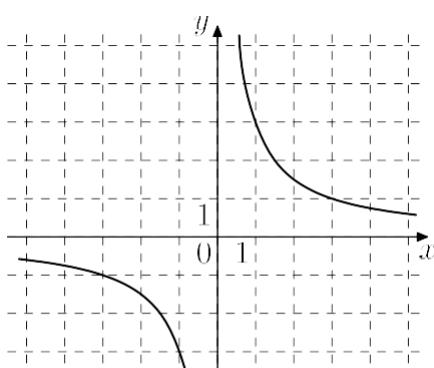
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые задают эти функции.

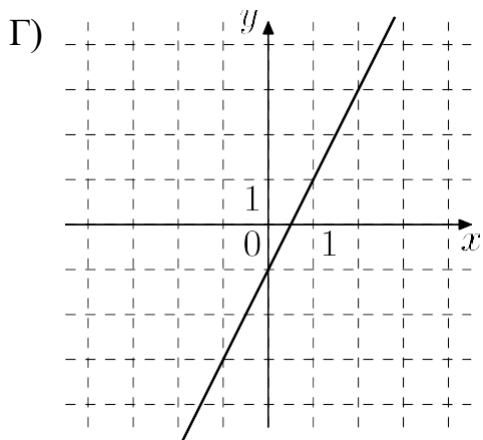
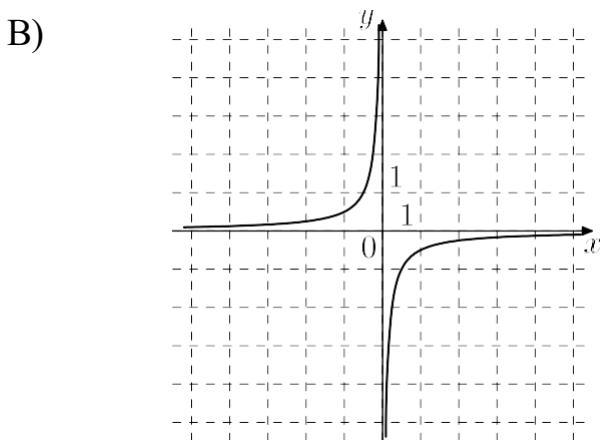
ГРАФИКИ

A)



Б)





ФОРМУЛЫ

- 1) $y = 2x - 1$; 2) $y = -3x - 2$;
 3) $y = \frac{3}{x}$; 4) $y = -\frac{1}{2x}$.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

1

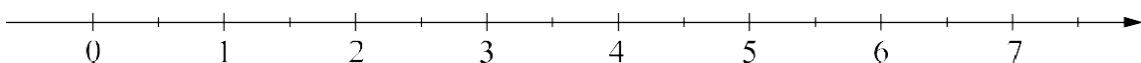
Ответ:

A	Б	В	Г

Отметьте на числовой прямой число $\sqrt{34}$.

Ответ:

1



Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{8x} \cdot \frac{4x}{x+y}$ при $x = \sqrt{3}$, $y = -5,2$.

Ответ:

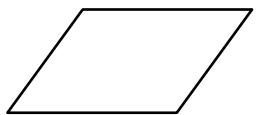
На фестивале выступают группы из 15 разных городов. Среди этих городов есть Астрахань, Брянск и Волгоград. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Астрахани будет выступать раньше группы из Брянска, но позже группы из Волгограда?

Ответ:

Ответ:

9

Один из углов параллелограмма равен 70° . Найдите тупой угол данного параллелограмма.

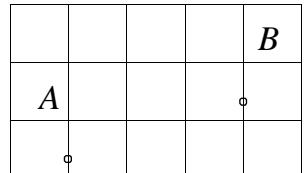


Ответ:

10

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A и B .

Найдите расстояние между этими точками.

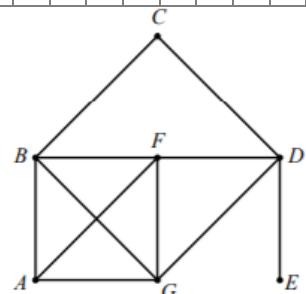


Ответ:

11

На рисунке изображён граф. Аня обвела этот граф, не отрывая карандаша от листа бумаги и не проводя ни по одному ребру дважды.

С какой вершиной Аня начала обводить граф, если она закончила его обводить в вершине E ?



Ответ:

12

Укажите номер утверждения, которое является истинным высказыванием.

- 1) Любой параллелограмм, в котором две стороны равны, является ромбом.
- 2) Любой четырёхугольник, в котором две диагонали равны и перпендикулярны, является квадратом.
- 3) Любой параллелограмм, в котором диагонали равны, является прямоугольником.
- 4) В любой трапеции оба угла при меньшем основании тупые.

Ответ:

Инструкция по выполнению заданий части 2 КИМ

На выполнение заданий части 2 КИМ по математике отводится один урок (не более 45 минут). Часть 2 включает в себя 6 заданий.

В заданиях 13, 15–18 запишите решение и ответ в указанном месте. В задании 14 ответьте на поставленные вопросы. Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. В целях экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Часть 2

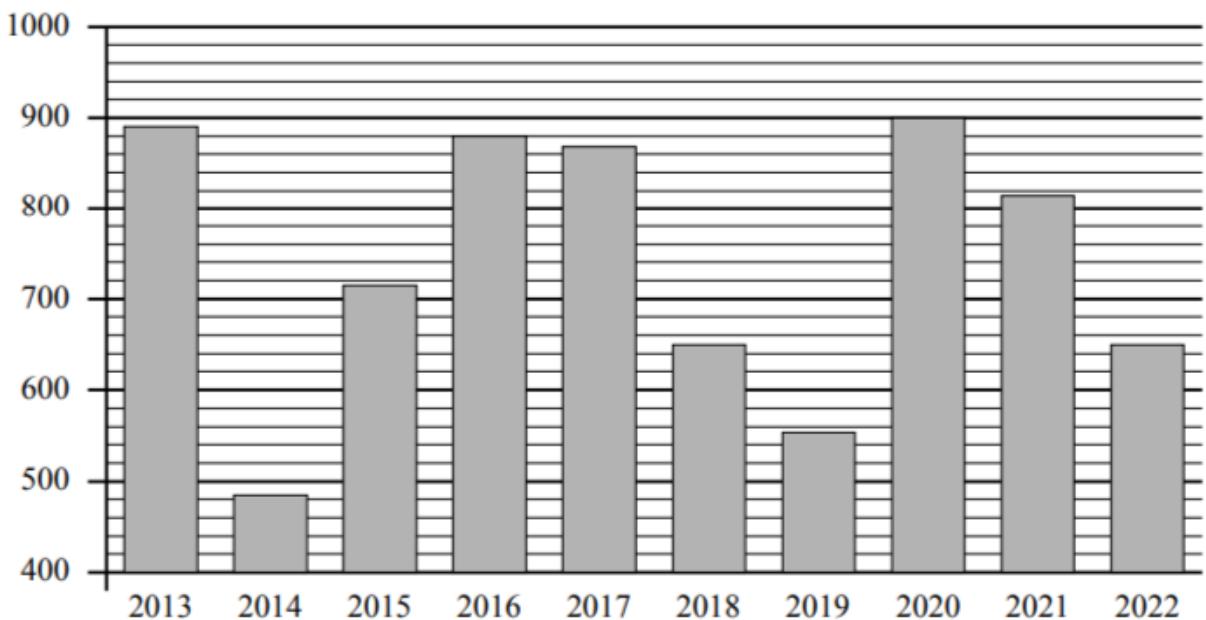
13

Решите уравнение $4x^2 + 12x + 9 = (x - 4)^2$.

14

На диаграмме представлены данные о годовом количестве осадков в Москве. По горизонтали указаны годы, а по вертикали – количество осадков, в мм.





Ответьте на вопросы.

- 1) В какие годы из указанного периода в Москве за год выпало менее 600 мм осадков?

Ответ: _____

- 2) Примерно на сколько мм в 2021 году выпало осадков больше, чем в 2022?

Ответ: _____

15

Расстояние между пунктами А и В по реке равно 45 км. Из пункта А в пункт В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в пункт А. К моменту возвращения лодки в пункт А плот проплыл 32 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение.

16

Правильный игральный кубик бросают два раза. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков окажется не меньше 9.

Решение.

17

Найдите значение выражения $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$.

Решение.

18

В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB провели высоту CD и биссектрису CL .

Найдите величину угла DCL , если $\angle CAB = 25^\circ$. Ответ дайте в градусах.

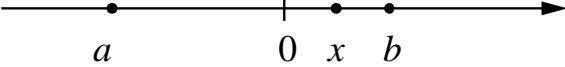
Решение.



Система оценивания проверочной работы

Часть 1

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Итого
Баллы	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12

Номер задания	Правильный ответ
1	28 ИЛИ 18,2
2	0,4; 3
3	-12 и 10 или -10 и 12
4	 В качестве верного следует засчитать любой ответ, где точка x лежит между точками 0 и b
5	2341
6	 любая точка на интервале от 5,5 до 6
7	-2,6
8	1 $\bar{6}$
9	110
10	$\sqrt{10}$ ИЛИ 300
11	A
12	3

Система оценивания работы Часть 2

Номер задания	13	14	15	16	17	18	Итого
Баллы	2	2	2	2	2	2	12

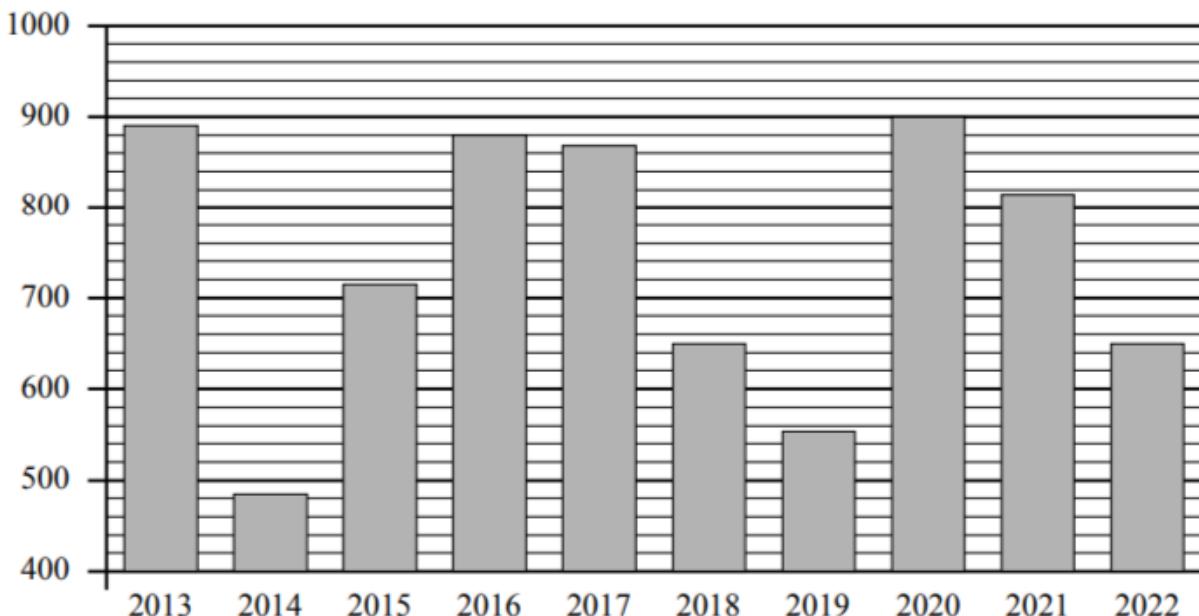
(13)

Решите уравнение $4x^2 + 12x + 9 = (x - 4)^2$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $(2x+3)^2 = (x-4)^2$; $ 2x+3 = x-4 $; откуда $2x+3 = x-4$ либо $2x+3 = 4-x$. Корни уравнения: -7 или $\frac{1}{3}$.	
Возможна другая последовательность действий.	
Ответ: -7 ; $\frac{1}{3}$	
Обоснованно получен верный ответ	2
Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано.	1
ИЛИ	
Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

(14)

На диаграмме представлены данные о годовом количестве осадков в Москве. По горизонтали указаны годы, а по вертикали – количество осадков, в мм.



Ответьте на вопросы.

- 1) В какие годы из указанного периода в Москве за год выпало менее 600 мм осадков?
- 2) Примерно на сколько мм в 2021 году выпало осадков больше, чем в 2022?

Ответ и указания к оцениванию	Баллы
Ответы: 1) 2014 г., 2019 г.; 2) любое значение от 140 до 180 мм	
Даны два верных ответа	2
Дан только один верный ответ	1
Даны неверные ответы	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15

Расстояние между пунктами А и В по реке равно 45 км. Из пункта А в пункт В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, , прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в пункт А. К моменту возвращения лодки в пункт А плот проплыл 32 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. Лодка ходила в оба конца в течение 7 часов, поскольку плот проплыл по течению 32 км. Обозначив скорость лодки x км/ч, получаем уравнение	
$\frac{45}{x+4} + \frac{45}{x-4} = 7,$	
откуда: $90x = 7(x^2 - 16)$; $7x^2 - 90x - 112 = 0$.	
Полученное уравнение имеет единственный положительный корень равный 14 .	
Возможна другая последовательность действий.	
Ответ: 14 км/ч	
Обоснованно получен верный ответ	2
Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано. ИЛИ	1
Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16

Правильный игральный кубик бросают два раза. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков окажется не меньше 9.

Решение и указания к оцениванию						Баллы
Решение. Обозначим A событие «сумма очков не меньше 9». Всего $N = 36$ равновозможных исходов. Из них $N(A) = 10$ благоприятствуют событию A . Значит,						
$P(A) = N(A) \cdot \frac{1}{N} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.						
Ответ: $\frac{5}{18}$.						
Возможно другое решение						
Обоснованно получен верный ответ						2
Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано.						1
ИЛИ						
Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка						
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше						0
<i>Максимальный балл</i>						2

17

Найдите значение выражения $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$.

Решение и указания к оцениванию						Баллы
Решение.						
$\sqrt{4 - 4\sqrt{3} + 3} + \sqrt{3} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$.						
Возможна другая последовательность действий.						
Ответ: 2						
Обоснованно получен верный ответ						2
Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано. ИЛИ						1
Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка						
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше						0
<i>Максимальный балл</i>						2

18

В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB провели высоту CD и биссектрису CL .

Найдите величину угла DCL , если $\angle CAB = 25^\circ$. Ответ дайте в градусах.

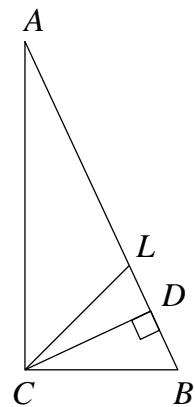
Решение и указания к оцениванию	Баллы

Решение.

Треугольник CDB подобен треугольнику ACB , поскольку эти прямоугольные треугольники имеют общий острый угол. Следовательно, $\angle DCB = \angle CAB = 25^\circ$. Биссектриса CL делит прямой угол на два угла по 45° . Поэтому $\angle LCB = 45^\circ$ и $\angle DCL = \angle LCB - \angle DCB = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$.

Возможна другая последовательность действий.

Ответ: 20°



Обоснованно получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение неверно или отсутствует	0
<i>Максимальный балл</i>	2